

1) Prawo rozpadu

Załóżmy, że mamy na początku próbkę, liczącą N_0 jąder atomów. Oznaczmy przez λ prawdopodobieństwo, że dane jądro rozpadnie się w ciągu najbliższej sekundy. Stała ta mówi nam więc o względnej zmianie ilości jąder w jednostce czasu. Jeśli tę wartość pomnożymy przez krótki czas dt , to dowiemy się jaka jest względna zmiana ilości jąder w tym czasie; musimy jednak wziąć tę wartość ze znakiem minus, jako że ilość jąder maleje. Z drugiej strony względną zmianę ilości jąder można też przedstawić klasycznie jako zmianę ilości jąder podzieloną przez aktualną liczbę jąder. Dostajemy zatem równanie:

$$-\lambda dt = \frac{dN}{N}$$

Zmienne są już rozdzielone, zatem przystępujemy do całkowania:

$$-\lambda \int_0^t dt = \int_{N_0}^N \frac{dN}{N}$$

$$-\lambda t = \ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$$

$$e^{-\lambda t} = \frac{N}{N_0}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

2) Okres połowicznego zaniku.

Jest to czas, po którym w próbce zostaje połowa początkowej ilości jąder. Do otrzymanego równania wstawiamy zatem:

$$N = \frac{1}{2} N_0$$

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda t} \quad \text{lub} \quad 2 = e^{\lambda t}$$

$$\ln(2) = \ln(e^{\lambda t}) = \lambda t$$

$$t = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

Z tego równania wyciągnijmy λ i wstawmy do równania rozpadu:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

3) Średni czas życia danego pierwiastka promieniotwórczego

Jeżeli w chwili t było N atomów o prawdopodobieństwie rozpadu λ to w chwili $t+dt$ rozpadowi uległo atomów:

$$dN = \lambda N dt$$

Wszystkie atomy tej grupy żyły tak samo długo, ich czas życia wynosi t . Wśród wybranych w chwili początkowej atomów znajdują się grupy atomów, które powinny przeżyć różne okresy czasu od wspólnego momentu początkowego dla różnych dla tych atomów, momentu rozpadu.

Aby obliczyć średni czas życia należy pomnożyć czas życia każdej grupy atomów przez liczbę atomów w grupie, dodać otrzymane dla różnych grup atomów wyniki i podzielić otrzymaną wartość przez sumę wszystkich atomów w grupach. Dodajemy dużą liczbę składników więc będziemy całkować.

$$\bar{t} = \frac{\int_0^{\infty} t \cdot \lambda \cdot N dt}{N_0} = \frac{\int_0^{\infty} t \cdot \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} dt}{N_0} = \frac{\lambda \cdot N_0 \int_0^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt}{N_0} = \dots = \frac{1}{\lambda}$$

$$\bar{t} = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2} \approx 1,44 T$$

Ostatnie wzory są pomocne gdy mamy podany średni czas życia atomów i kiedy szybko chcemy znaleźć czas połowicznego zaniku mając dany średni czas życia pierwiastka lub odwrotnie.