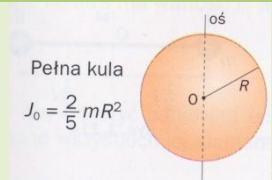
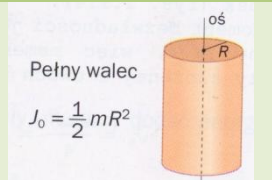
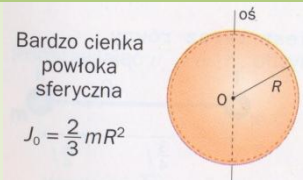
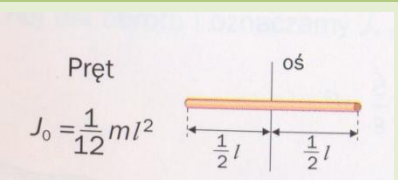
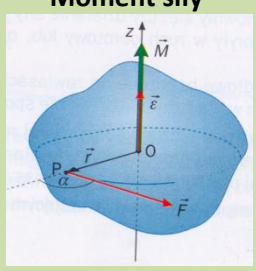
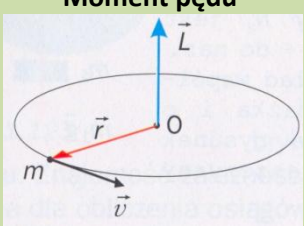


Bryła sztywna

Moment bezwładności (symbol J lub I)	$J = m \cdot r^2$ $J = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2$	Wielkość fizyczna skalarna charakteryzująca rozkład masy bryły względem chwilowej osi obrotu. To miara bezwładności w ruchu obrotowym. Miarą jest $\text{kg} \cdot \text{m}^2$
Twierdzenie Steinera	$J = J_0 + m \cdot d^2$	Pozwala obliczyć moment bezwładności J względem osi równoległej, odległej o d od osi o znanym momencie bezwładności J_0
		 
Moment siły 	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ $M = r \cdot F \cdot \sin \angle(\vec{r}; \vec{F})$	Moment siły \vec{M} względem punktu O jest to iloczyn wektorowy promienia wodzącego \vec{r} , o początku w punkcie O i końcu w punkcie przyłożenia siły oraz siły \vec{F} . Leży na osi prostopadłej do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory \vec{r} oraz \vec{F} . Zwrot wektora momentu siły wyznaczamy za pomocą reguły śruby prawoskrętnej.
Moment pędu 	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ $L = r \cdot p \cdot \sin \angle(\vec{r}; \vec{p})$	Moment pędu \vec{L} względem punktu O jest to iloczyn wektorowy promienia wodzącego \vec{r} , o początku w punkcie O i końcu w punkcie przyłożenia pędu oraz pędu \vec{p} . Leży na osi prostopadłej do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory \vec{r} oraz \vec{p} . Zwrot wektora momentu pędu wyznaczamy za pomocą reguły śruby prawoskrętnej.

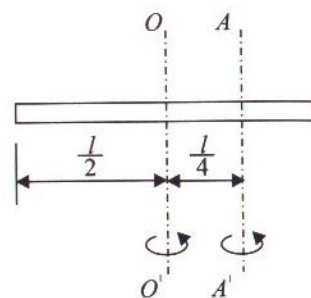
	Punkt	Bryła
I zasada dynamiki	Jeżeli na ciało nie działa żadna siła lub działające siły równoważą się, to ciało spoczywa lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym: $\vec{F}_w = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \text{const}$	Jeżeli na bryłę sztywną nie działa żadem moment siły lub momenty działających sił równoważą się to bryła pozostaje z spoczynku lub wiruje wokół chwilowej osi obrotu ze stałą prędkością kątową: $\vec{M}_w = \vec{0} \Rightarrow \vec{\omega} = \text{const}$
II zasada dynamiki	Jeżeli na ciało działa siła niezrównoważona, to ciało porusza się ruchem zmiennym. Przyspieszenie ciała jest wprost proporcjonalne do działającej siły a odwrotnie proporcjonalne do masy ciała: $\vec{F}_w \neq \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$	Jeżeli na bryłę działa niezrównoważony moment sił, to bryła wiruje wokół chwilowej osi obrotu ruchem zmiennym. Przyspieszenie kątowe bryły jest wprost proporcjonalne do działającego momentu sił a odwrotnie proporcjonalne do momentu bezwładności bryły: $\vec{M}_w \neq \vec{0} \Rightarrow \vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J}$

Energia kinetyczna ruchu postępowego $E_{kp} = \frac{mv^2}{2}$	Energia kinetyczna ruchu obrotowego $E_{ko} = \frac{J\omega^2}{2}$	Związek momentu pędu i momentu bezwładności bryły $L = J \cdot \omega$
---	---	---

Zad.1. Wektor wodzący siły o wartości 20 N ma wartość 20 cm. Kąt między wektorami \vec{r} oraz \vec{F} wynosi 30° . Oblicz wartość momentu tej siły.

Zad.2. Ciało o masie 5 kg porusza się po okręgu o promieniu 40 cm z prędkością o wartości 8 m/s. Oblicz wartość momentu pędu tego ciała względem środka okręgu (przyjmij, że masa jest punktowa).

Zad.3. Moment bezwładności pręta o masie m i długości l względem osi OO' jest równy $1/12 ml^2$. Oblicz moment bezwładności tego pręta względem osi AA' .



Zad.4. Oblicz moment bezwładności kuli o masie m i promieniu r względem punktu styczności kuli z podłożem.

Zad.5. Oblicz moment bezwładności walca o masie m i promieniu r względem punktu styczności z podłożem.

Zad.6. Oblicz moment bezwładności sfery o masie m i promieniu r względem punktu styczności z podłożem.

Zad.7. Z równi o kącie nachylenia 30° staczają się bez poślizgu kula, walec i sfera. Oblicz przyspieszenia tych brył.

Zad.8. Oblicz minimalne współczynniki tarcia pomiędzy równią a odpowiednio kulą, walcem i sferą, aby możliwe było staczanie się tych brył bez poślizgu z równi o kącie nachylenia α .

Zad.9. Oblicz minimalne współczynniki tarcia pomiędzy równią a odpowiednio kulą, walcem i sferą, aby możliwe było wtaczanie się tych brył bez poślizgu w górę równi o kącie nachylenia α .

Zad.10. Oblicz energię kinetyczną walca o masie m toczącego się bez poślizgu z prędkością v (prędkość środka masy).

Zad.11. Z tej samej równi pochyłej o wysokości h staczają się bez poślizgu: kula, obręcz, walec i sfera. Oblicz przyspieszenia brył, prędkości postępowe na dole równi. Ustal kolejność, w jakiej ciała znajdą się u podstawy równi.

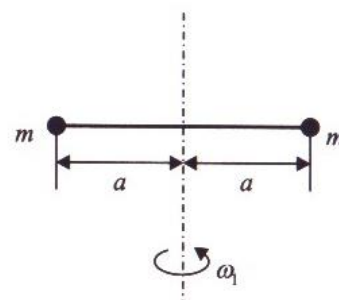
Zad.12. Kula, obręcz, walec i sfera, których środki poruszają się z takimi prędkościami zaczynają wtaczać się bez poślizgu w górę równi o kącie nachylenia α . Porównaj opóźnienia brył. Porównaj wysokości na jakie wtoczą się te ciała.

Zad.13. Na bloczek o masie $M = 6$ kg i promieniu $r = 0,6$ m nawinięto nitkę, do której przymocowano ciężarek o masie $m = 2$ kg. Oblicz przyspieszenie z jakim opada ciężarek, przyspieszenie kątowe bloczka, siłę napinającą nitkę.

Zad.14. Przez bloczek o masie $M = 10$ kg przerzucono nić, do której końców przymocowano masy $m_1 = 8$ kg i $m_2 = 4$ kg. Oblicz przyspieszenie nitki, przyspieszenie kątowe bloczka oraz siły napinające nitkę.

Zad.15. Układ dwóch mas punktowych wiruje jak na rysunku.

Oblicz, jak zmieni się prędkość kątowa układu jeśli kule odsuną się na odległość $2a$ względem osi obrotu.



Zad.16. Oblicz moc silnika napędzającego koło zamachowe o masie 200 kg, jeśli w czasie 50 s uzyskuje ono prędkość kątową 100 rad/s.

Zad.17. Oblicz moment pędu Ziemi w ruchu rocznym wokół Słońca względem środka Słońca. Przyjmij $m = 6 \cdot 10^{24}$ kg, $r = 150$ mln km, $T = 365,25$ dnia.

Zad.18. Oblicz pracę jaką należy wykonać aby zwiększyć częstotliwość obrotów bryły sztywnej z $f_1 = 30$ Hz do $f_2 = 60$ Hz. Moment bezwładności tej bryły wynosi 20 kg·m².

Zad.19. Łyżwiarz kręcąc piruet zwiększył częstotliwość obrotów 4 razy. Oblicz ile razy zmalał jego moment bezwładności.

Zad.20. Kula o masie 8 kg i promieniu 0,4 m obraca się wokół własnej osi z częstotliwością 50 Hz. Oblicz wartość momentu siły, który spowoduje zatrzymanie kuli w czasie 5 s.